

Oiva Ketonen och Logik

Michael von Boguslawski

Sammanfattning

Oiva Ketonen (1913, Östermark – 2000, Helsingfors) koncentrerade sig i sin tidiga forskning på logik, närmare bestämt den del av logiken som kallas för *bevisteori*. Ketonens avhandling pro gradu behandlade axiomatiserad logik och Kurt Gödels första ofullständighetsteorem, doktorsavhandlingen sats- och predikatlogik bl.a. en utveckling av Gerhard Gentzens sekvenskalkyl till ett system med invertibla härledningsregler.

Inledning

Den nya logiken (med avstamp i Gottlob Freges *Begriffsschrift* från 1879) kom till Finland tack vare Eino Kailas kontakter till Wienkretsen. Oiva Ketonen kom i kontakt med logiken via Kaila, men i vilken mån han egentligen studerade logik under Kaila är oklart. I sina (opublicerade) memoarer skriver Ketonen att han var ensam och självlärd vad gäller logik. Han studerade filosofi som huvudämne vid Helsingfors universitet hösten 1932. Den enda läroboken i logik som då fanns att tillgå var Thiodolf Reins *Muodollinen logiikka* som behandlade den aristoteliska logiken. Undervisningen i logik höll sig till de enklaste grunderna och kunde enligt Ketonen inte väcka ett

stort intresse. Efter hösten bytte Ketonen huvudämne till matematik, trots misstankar om att matematikens område skulle vara honom för 'snävt'. I Ketonens studiebok kan vi dock se att han fortsatte studera filosofi trots byte av fakultet, han avlade åtminstone en av Kailas föreläsningsskurser i filosofins historia. Vid den tiden var undervisningen i filosofi vid universitetet inte skild från undervisningen i psykologi, men av detta skall man dock inte dra slutsatsen att Ketonens missnöje med undervisningen i filosofi skulle ha berott på att han ansåg psykologin oväsentlig eller på något vis 'i vägen' för filosofin, han skriver explicit i sina memoarer att Kailas föreläsningar om personlighetens psykologi gjorde ett stort intryck på honom. Vi vet dessutom att han senare kom att arbeta en hel del med ämnen som går in på psykologins område.

En nyligen funnen dagbok från Ketonens studietid avslöjar att det inte var lätt för Ketonen att slå fast ämnet för sin avhandling pro gradu, det fanns planer på att skriva om såväl ren axiomatik som funktionsteori. Ketonen studerade matematik under den världsberömda funktionsteoretikern Rolf Nevanlinna, vars åsikter om logik är omtvistade. Hans förtrogenhet med ämnet överhuvudtaget har till och med ifrågasatts. Gödels ofullständighetsteorem var en stor inspirationskälla för Ketonen. Han hade hört om teoremet tidigare, dels via Max Söderman och dels under diskussioner med lärare och studerande (möten han i sina memoarer kallar för "Kailas filosofiska klubb"). Det är oklart exakt hur hans mera ingående intresse för teoremet vaknade. Var det en följd av Kailas eller Nevanlinnas påverkan, eller en självständig reaktion, där Ketonens intresse för filosofiska frågor spelade en avgörande roll? I memoarerna anmärker Ketonen att han fick intrycket att Nevanlinna misstänkte att det fanns något fel på Gödels bevis som vore värt att avslöjas. Detta var en faktor som motiverade Ketonen att undersöka Gödels upptäckt i sin pro gradu. Teoremet riktade in hans intresse på filosofiska och logiska frågor om matematikens grundvalar, ett intresse som slutligen avgjorde frågan om pro graduns ämne. Att skriva om logik, aritmetik, och Gödels teorem var av allt att döma ett självständigt beslut från Ketonens

sida, i sista hand ej påverkat av vare sig Nevanlinna eller Kaila. Bägge har dock säkerligen påverkat Ketonen i stor utsträckning. Det kan nämnas att Nevanlinna hade väldigt höga tankar om den unge logikern från Östermark, vilket avslöjas i de brev han skrev från Göttingen, under sin vistelse där, men också till Göttingen, under den tid då Ketonen där arbetade på sin doktorsavhandling.

1 Från axiomatik till sekvenskalkyl

Ketonens avhandling pro gradu *Tutkimuksia formaalisen todistamisen ristiriidattomuudesta* (sv. ”Undersökningar av den formella bevisföringens motsägelsefrihet”), inlämnad 1937, var den första systematiska presentationen av formaliserad logik i Finland. Dess första hälft publicerades i *Ajatus IX* under titeln ”Todistusteorian perusaatteet”. Denna presenterar sats- och predikatlogiken och diskuterar begrepp som konsistens och fullständighet. Den andra delen, som överlevt endast som ett handskrivet manuskript, behandlar aritmetikens formalisering samt Gödels första ofullständighetsteorem. Vissa korta fragment av den andra delen skrevs om och inkluderades i nämnda i *Ajatus* publicerade artikel. Till denna skrev även Kaila en kort introduktion under namnet ”Vähäsen logistiikasta”. (Den recenserades i *Journal of Symbolic Logic Vol. 4 No.4* av Uno Saarnio, recensionen nämner inte Ketonens arbete med ett ord.) I den andra opublicerade delen gjorde Ketonen ett försök att förenkla beviset av Gödels ofullständighetsteorem. I memoarerna skriver han uttryckligen att ett av pro graduns mål var att göra teoremet lite mer konkret.

År 1941 publicerade Ketonen ”Predikaattilogiikan täydellisyydestä” i *Ajatus X* där han ger ett förslag till hur Gödels bevis av predikatlogikens fullständighet kunde förbättras. Gödel bevisade, att antingen kan en sats A bevisas, eller så är det omöjligt att satsen inte har ett motexempel. Ketonen förbättrar

detta resultat så, att vi kan hitta detta motexempel. Ketonens studiekamrat Max Söderman hade lärt känna Gödel i slutet av 1930-talet och nämnde Ketonens resultat för denne. Gödel medgav att Ketonens resultat innebar en klar förbättring (von Plato 2002, 54).

”Luonnollisen päättelyn kalkyylistä”, publicerad 1943 i *Ajatus XII*, är en presentation av Gerhard Gentzens sekvenskalkyl. Ketonen går även igenom Gentzens Hauptsatz (huvudsats) vilken innebär att varje bevis kan göras utan tillämpning av den såkallade snitt-regeln, *Cut*, vilket även leder till att sekvenskalkylen är motsägelsefri (mer om detta nedan). Ketonen hade blivit bekant med Gentzen i Göttingen tack vare Nevanlinnas kontakter till stadens berömda universitet. Gentzen var vid den tiden David Hilberts personliga assistent. Ketonen anlände till staden sent på kvällen 9.11.1938, den första natten han tillbringade på sin nya studieort är bättre känd som *kristallnatten*. Han noterar i sina memoarer att Göttingen inte längre var lika matematiskt allsmäktig som förr, emedan flere forskare (bl.a. de som antingen själva var judar eller var av judisk släkt) redan hade flytt staden och landet på grund av de rådande politiska omständigheterna. Ketonen minns i sina memoarer hur ingen – märkligt nog – föreläste i logik i Göttingen vid den tiden. Gentzen var den enda närvarande logikern och var av allt att döma för återhållsam för att föreläsa. Hilbert föreläste inte längre i logik, då han var pensionerad. De som närmare vill bekanta sig med Gentzen hänvisas till Eckart Menzler-Trotts bok *Logic's Lost Genius: The Life of Gerhard Gentzen*.

Ketonen fick sin doktorsavhandling *Untersuchungen zum Prädikatenkalkül* färdig år 1943 och den publicerades 1944. Den består av tre delar: i den första presenteras Gentzens sekvenskalkyl samt en modifiering som leder till att samtliga regler blir invertibla (Ketonen var den första som presenterade ett sådant invertibelt system), i den andra ges en definition av en härlednings normalform, vars avsikt är att undersöka huruvida en sats är bevisbar eller ej. Man kan även bevisa ett axiomsystems oavhängighet genom

ett ohärledbarhetsbevis. Det är sådana resultat som Ketonen presenterar i den tredje delen av doktorsavhandlingen, vars höjdpunkt är ett bevis av oavhängigheten av Euklides' parallellpostulat. I och med denna tredje del, var Ketonen den första inom logiken som byggde vidare på Thoralf Skolems forskning i axiomatiserad geometri. Doktorsavhandlingen skulle antagligen ha förblivit onoterad i de vetenskapliga cirklarna, ifall inte Paul Bernays hade skrivit en lång recension av den i *Journal of Symbolic Logic* år 1944. Förutom Bernays noterade även forskare som Curry, Feys och Kleene Ketone ns arbete. Curry tog Ketone ns kalkyl ibruk 1950, och Kleene delvis 1952. Undertecknad har sett ett brev av Curry till Ketonen daterat 29.9.1948 där Curry på basis av recensioner han läst är intresserad av allt gällande logik som Ketonen har skrivit ”till och med på finska”. Ketone ns arbete på Skolems geometri uppmärksammades, förutom av Hilbert, av Stanley Burris, men detta så sent som på 1990-talet (von Plato 2006, 2 samt von Plato 2004, 429). Detta är märkligt, då Skolem redan på 1920-talet var en berömd matematiker.

2 Sekvenskalkyl och invertibilitet

Följande diskussion förutsätter en förtrogenhet med grunderna i sats- och predikatlogik. En *sekvens* ser ut på följande sätt:

$$\Gamma \Rightarrow \Delta$$

Γ och Δ är *listor av formler*, de i förledet kan ses som antaganden, och de i efterledet som fall. Sekvenspilen \Rightarrow kan läsas som ’ger’ och hela uttrycket kunde då utläsas ’gamma ger delta’. Låt Γ stå för formlerna A_1, \dots, A_m och Δ för formlerna B_1, \dots, B_n . I sekvensen $\Gamma \Rightarrow \Delta$ läses Γ som en konjunktion av formler, dvs. konjunktionen $A_1 \& A_2 \& \dots \& A_m$. Formulerna i Δ läses som en disjunktion av formler, dvs. $B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n$. Sekvenspilen kan grovt ses som en variant av implikationen \supset . I sekvenskalkylen låter vi oftast listorna $\Delta, \Gamma, \Theta \dots$ beteckna härledningens *kontext*, utöver dessa så opererar vi

även med satser A, B, C, \dots . Härledningsreglerna i sekvenskalkylen består huvudsakligen av *vänster-* och *högerregler*. Grovt kunde man säga, att om vi använder en vänster resp. högerregel, så manipulerar vi något på vänster resp. höger sida om sekvenspilen. Kontexterna Γ, Δ, \dots får vara tomma. Sekvenskalkylens regler delas in i *strukturella* regler och *logiska* regler.

2.1 Härledningsregler för sekvenskalkyl

Strukturella regler för sekvenskalkyl:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Theta}{A, \Gamma \Rightarrow \Theta} \text{ LW} \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A} \text{ RW}$$

vänster 'weakening' höger 'weakening'

$$\frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A, \Gamma \Rightarrow \Theta} \text{ LC} \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A} \text{ RC}$$

vänsterkontraktion högerkontraktion

$$\frac{\Delta, B, A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{\Delta, A, B, \Gamma \Rightarrow \Theta} \text{ LE} \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, B, A, \Lambda}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A, B, \Lambda} \text{ RE}$$

vänsterbyte högerbyte

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, B \quad B, \Delta \Rightarrow \Lambda}{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Theta, \Lambda} \text{ Cut}$$

snitt

Regeln för vänster weakening ('försvagning') tillåter oss att lägga till godtyckliga premisser; ifall någonting följer ur A så följer det även ur $A \& B$. Höger weakening tillåter oss att lägga till godtyckliga formler till efterledet, ifall någonting ger A så ger det även $A \vee B$. Då regeln *Cut* används så förenas två olika sk. *bevistrådar* till en, i den undre sekvensen förekommer B inte. Denna regel representerar kedjeslutet. Ifall Θ och Δ vore tomma, så skulle vi kunna betrakta fallet som det bekanta $(\Gamma \supset B \& B \supset \Lambda) \supset (\Gamma \supset \Lambda)$.

Logiska regler för klassisk sekvenskalkyl - Gentzen LK:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \quad \Gamma \Rightarrow \Theta, B}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \& B} R\& \quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Theta \quad B, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\vee$$

högerkonjunktion *vänsterdisjunktion*

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A \& B, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\&_1 \quad \frac{B, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A \& B, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\&_2$$

vänsterkonjunktion 1 *vänsterkonjunktion 2*

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \vee B} R\vee_1 \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, B}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \vee B} R\vee_2$$

högerdisjunktion 1 *högerdisjunktion 2*

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{\Gamma \Rightarrow \Theta, \sim A} R\sim \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A}{\sim A, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\sim$$

högernegation *vänsternegation*

$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Theta, B}{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \supset B} R\supset \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \quad B, \Delta \Rightarrow \Lambda}{A \supset B, \Gamma, \Delta \Rightarrow \Theta, \Lambda} L\supset$$

högerimplikation *vänsterimplikation*

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A(y/x)}{\Gamma \Rightarrow \Theta, \forall x A} R\forall \quad \frac{A(y/x), \Gamma \Rightarrow \Theta}{\exists x A, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\exists$$

högeruniversalitet *vänsterexistens*

$$\frac{A(t/x), \Gamma \Rightarrow \Theta}{\forall x A, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\forall \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A(t/x)}{\Gamma \Rightarrow \Theta, \exists x A} R\exists$$

vänsteruniversalitet *högerexistens*

För reglerna $R\forall$ och $L\exists$ gäller den bekanta variabelrestriktionen, att y inte får finnas som fri variabel i slutsatsen.

2.2 Invertibilitet av reglerna i sekvenskalkylen

Vad avses med *invertibilitet*? En regel är invertibel om och endast om dess premiss kan härledas ur dess slutsats. Invertibilitet gäller endast satslogik. Betrakta som exempel regeln LE:

$$\frac{\Delta, B, A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{\Delta, A, B, \Gamma \Rightarrow \Theta} LE$$

Denna regel är invertibel då den även gäller från slutsats till premiss:

$$\frac{\Delta, A, B, \Gamma \Rightarrow \Theta}{\Delta, B, A, \Gamma \Rightarrow \Theta} LE$$

Med andra ord spelar det ingen roll i vilken ordning formlerna A och B förekommer då de endast byter plats. Men regeln $L\&_1$ är t.ex. inte invertibel: härledningen

$$\frac{A\&B, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A, \Gamma \Rightarrow \Theta} L\&_1$$

är falsk. Icke-invertibla regler bör därmed ersättas med regler vars invertibilitet sedan bevisas. Dessa bevis utförs så, att man efter tillämpningen av en regel, ur slutsatsen härleder regelns premiss med hjälp av de andra reglerna samt initialsekvenser. Ketonen ändrar på Gentzens regler så, att han endast definerar en regel för vänsterkonjunktion, en regel för högerdisjunktion, samt förenklar regeln för vänsterimplikation. Dessa regler får följande form:

$$\frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A\&B, \Gamma \Rightarrow \Delta} L\& \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B} R\vee$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \quad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \supset B, \Gamma \Rightarrow \Delta} L \supset$$

Varje konnektiv har således endast en vänster- och högerregel. Dessutom har alla regler med två premisser delad kontext. Ketons bevis av invertibiliteten av reglerna $L\&$ och $L \supset$ (Ketonen 1944):

$$\frac{\frac{\frac{A \Rightarrow A}{B, A \Rightarrow A} LW}{A, B \Rightarrow A} LE \quad \frac{\frac{B \Rightarrow B}{A, B \Rightarrow B} LW}{A, B \Rightarrow B} R\& \quad \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Omega}{A\&B, \Gamma \Rightarrow \Omega} \text{Ursprungliga } L\&}{\frac{A, B \Rightarrow A\&B}{A, B, \Gamma \Rightarrow \Omega} Cut} Cut$$

För $L \supset$ bör vi visa att bägge premisser är härledbara ur slutsatsen:

$$\frac{\frac{\frac{A \Rightarrow A}{A \Rightarrow A, B} RW}{\Rightarrow A, A \supset B} R\supset \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Omega, A \quad B, \Gamma \Rightarrow \Omega}{A \supset B, \Gamma \Rightarrow \Omega} \text{Ursprungliga } L \supset}{\Gamma \Rightarrow \Omega, A} Cut, RE$$

$$\frac{\frac{\frac{B \Rightarrow B}{A, B \Rightarrow B} LW}{B \Rightarrow A \supset B} R\supset \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Omega, A \quad B, \Gamma \Rightarrow \Omega}{A \supset B, \Gamma \Rightarrow \Omega} \text{Ursprungliga } L \supset}{B, \Gamma \Rightarrow \Omega} Cut$$

För dessa bevis används regeln *Cut*, men modifieringen av reglerna innebär inget problem för vare sig konsistens, fullständighet, eller validiteten av huvudsatsen, detta anmärks av Ketonen. Därmed kan bevisen ovan utföras även utan att använda *Cut*. Varför är det viktigt att varje härledning skall kunna göras utan *Cut*? Den tomma sekvensen (som i detta fall symboliserar en kontradiktion) \Rightarrow är härledbar endast genom att använda en instans av regeln *Cut*. Men enligt Gentzen skall varje härledning som använder regeln *Cut* kunna göras utan *Cut* utgående från initialsekvenser. För \Rightarrow kan detta omöjliga gälla: en formel som ingått i en initialsekvens kan inte försvinna ur härledningen. Då blir \Rightarrow ohärledbar eftersom den inte innehåller en enda formel och den inte heller är en initialsekvens. (Ketonen 1943, 138) Då vi således bevisar att vårt system inte behöver använda sig av *Cut* så har vi samtidigt bevisat att det är motsägelsefritt.

2.3 'Root-first' bevissökning

Då härledningsreglerna för sekvenskalkylen är invertibla, kan vi konstruera bevisen utgående från den sekvens vi vill bevisa – *ändsekvensen* – genom att tillämpa härledningsreglerna 'baklänges'. Vi börjar med ändsekvensen och härleder utgångstillståndet dvs. behövliga initialsekvenser samt eventuella kontexter. Denna process kallas av Ketonen (Ketonen 1944) för *dekomponering* (ty. *Zerlegung*).

Betrakta följande bevis av teoremet

$$\Rightarrow \sim\sim (A\&B) \supset \sim\sim A\& \sim\sim B$$

som ett exempel på dekomponering. Ändsekvensen bör dekomponeras så att varje bevisrads översta rad är en initialsekvens. Det första vi kan göra är att tillämpa regeln $R \supset$ för att flytta implikationens förled till vänster om sekvenspilen, och sedan ta bort negationstecknen genom applicering av först $L \sim$ och sedan $R \sim$. Då skulle situationen vara följande:

$$\frac{\frac{\frac{A\&B \Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B}{\Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B, \sim (A\&B)} R \sim}{\sim\sim (A\&B) \Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B} L \sim}{\Rightarrow \sim\sim (A\&B) \supset \sim\sim A\& \sim\sim B} R \supset$$

Nu kan vi först tillämpa (Ketonens nya) $L\&$ och $R\&$, sedan igen avlägsna negationstecknen med $R \sim$ och $L \sim$ och slutligen med LW (och LE) nå initialsekvenser, och vi är klara:

$$\frac{\frac{\frac{\frac{A \Rightarrow A}{A, B \Rightarrow A} LW, LE}{\sim A, A, B \Rightarrow} L \sim}{A, B \Rightarrow \sim\sim A} R \sim}{\frac{\frac{\frac{B \Rightarrow B}{A, B \Rightarrow B} LW}{\sim B, A, B \Rightarrow} L \sim}{A, B \Rightarrow \sim\sim B} R \sim} R\&}{\frac{\frac{\frac{A, B \Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B}{A\&B \Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B} L\&}{\Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B, \sim (A\&B)} R \sim}{\sim\sim (A\&B) \Rightarrow \sim\sim A\& \sim\sim B} L \sim}{\Rightarrow \sim\sim (A\&B) \supset \sim\sim A\& \sim\sim B} R \supset$$

Ifall vi bara är intresserade av härledbarheten av satsen ovan kunde vi avsluta dekomponeringen efter den översta instansen av $L \sim$ då samma formel återfinns på båda sidorna om sekvenspilen.

Då satser på detta sätt kan dekomponeras mekaniskt, kan vi låta datorer svara på härledbarhetsfrågor. Datorn behöver inte behandla någon annan information utöver den som innehålls i ändsekvensen samt härledningsreglerna, varje dekomponering terminerar.

3 Ingen logik efter avhandlingen?

Då man undersöker de arbeten Ketonen publicerade efter sin doktorsavhandling, så blir man snabbt förvånad över att dessa arbeten inte längre innehåller nytt eget arbete på bevisteorins område fastän flere av idéerna som presenteras i avhandlingen uppenbart var planerade att vidareutvecklas. De som har frågat detta personligen av Ketonen (bl.a. Jaakko Hintikka och Jan von Plato) har alla fått samma korta svar: ”logik ger mig sådan huvudvärk”. Jag tvivlar inte på att Ketonen talade sanning, men då man undersöker bevarad brevväxling mellan sonen Jussi och Georg Henrik von Wright, samt studerar de ofärdiga memoarerna, så står även andra svar att finna.

En genomläsning av Ketonens brevväxling från tiden 1969–1971 med sonen Jussi, avslöjar hur intresset för matematisk-logiska frågor har hållit i sig. Ketonen har t.ex. bett Jussi skicka honom böcker på området från USA, och beskriver hur han självständigt arbetat med begreppet ’forcing’. Gällande begreppet nämner han att han har kommit fram till egna resultat och utformat vissa andra besläktade begrepp, men misstänker att dessa tankar redan har publicerats tidigare. Forcing finner han både metodologiskt och filosofiskt intressant.

De brev Ketonen har skickat till von Wright under sin tid i USA (han arbetade hösten 1949 vid Columbias universitet och sommaren 1950 vid Yale) visar hur besviken han blivit över de vetenskapsfilosofiska föreläsningarna, uttryckligen de som hölls vid Columbia. Detta missnöje utmynnar i kommentaren att det inte kan finnas någon filosofi, som inte behandlar människans liv, etik, och motsvarande frågor. Däremot innebar denna frustration även ett filosofiskt uppvaknande. Ketonen skriver i memoarerna att det blev uppenbart för honom att han inte skulle kunna fästa sig vid ”den logiska empirismens analys av de naturvetenskapliga satsernas syntax”. I memoarerna kan vi läsa hur kriget och allt det förde med sig hade en stark inverkan på Ketonen. Det kunde tänkas, att kommentaren om vikten av etik för filosofin är resultatet av ett nytt sätt att vända sig mot världen, en vändning som har sin grund i erfarenheter av det andra världskriget och vad det avslöjade om människans natur, kombinerat med upplevelsen i USA. Här kunde kort påpekas att Ketonen aldrig var vid fronten under vinterkriget, men tjänstgjorde nog senare under fortsättningskriget bl.a. vid artilleriet, vid luftvärnets ballistiska kontor, och under en kort tid i Ladogas skärgård.

I breven till von Wright framkommer att Ketonen har jobbat på nytt eget material, samt på Kailas relativitetsparadoxer. Av dessa arbeten har dock inga hittats, trots ihärdiga försök. Det enda som överlevt av dessa alster är ett 16-sidors utkast till ett längre arbete över hur metoderna presenterade i doktorsavhandlingen kunde tillämpas på kunskapsteoretiska frågor.

Av dessa brev kan man dra slutsatsen att Ketonens intresse för logik och matematikens filosofi höll i sig åtminstone ända till 1970-talet, men att det inte längre var aktuellt för honom att publicera i ämnet.

Referenser

Personer intresserade av naturlig deduktion och sekvenskalkyl kan bekanta sig med *Negri & von Plato 2001* samt *Takeuti 1975*. De intresserade av logikens historia kunde bekanta sig med *van Heijenoort 1981*, en samling centrala arbeten i logik från Freges *Begriffsschrift* till Gödels bevis av aritmetikens ofullständighet, samtliga översatta till engelska. Det finns flere läsvärda samlingar med artiklar om matematikens filosofi, ett klassiskt exempel är *Putnam & Benacerraf 1964*.

van Heijenoort, Jan (1981) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Harvard University Press.

Ketonen, Oiva (1937) *Tutkimuksia formaalisen todistamisen ristiriidattomuudesta*, manuskript av pro gradu-avhandling vid Helsingfors universitet.

Ketonen, Oiva (1938) ”Todistusteorian perusaatteet”, *Ajatus IX*, Helsingfors.

Ketonen, Oiva (1941) ”Predikaattilogiikan täydellisyydestä”, *Ajatus X*, Helsingfors.

Ketonen, Oiva (1943) ”Luonnollisen päättelyn kalkyylistä”, *Ajatus XII*, Helsingfors.

Ketonen, Oiva (1944) *Untersuchungen zum Prädikatenkalkül*, Annales Acad. Sci. Fenn., Ser. A.I. 23.

Menzler-Trott, Eckart (2007, utkommer) *Logic's Lost Genius: The Life of Gerhard Gentzen*, American Mathematical Society, München, Tyskland.

Negri, Sara & von Plato, Jan (2001) *Structural Proof Theory*, Cambridge

University Press.

von Plato, Jan (2002) "Elämä ja teos - ajatuksia Oiva Ketosen tieteellisen saavutuksen johdosta", *Ajatus 59*, Helsingfors.

von Plato, Jan (2004) "Ein Leben, ein Werk. Gedanken über das wissenschaftliche Schaffen des finnischen Logikers Oiva Ketonen", *Form, Zahl, Ordnung - Studien zur Wissenschafts- und Technikgeschichte*, Franz Steiner Verlag.

von Plato, Jan (2006) "In the shadows of the Löwenheim-Skolem theorem: Early combinatorial analyses of mathematical proofs", personlig kopia.

Putnam, H. & Bencerraf, P. (1964) *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*, Basil Blackwell, Oxford.

Takeuti, Gaisi (1975), *Proof Theory*, North-Holland.